

Fonctions et Formes Spéciales

Exercice sur les fonctions :

- 1) Définissez la fonction (a, b, c) retournant le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ du trinôme ax^2+bx+c .
- 2) Sans utiliser if, écrire le prédicat (racines-reelles ? a, b, c) retournant #t ssi les racines sont réelles. [$x^2-x\sqrt{2}+0.6$ admet-il des racines réelles ?]
- 3) La fonction (une-racine a, b, c) retournant une racine, celle que vous voulez.
- 4) Définir la fonction $D : (f, x) \rightarrow f'(x)$: la dérivation numérique approchée [utilisez une approximation par une pente $(f(x+h) - f(x)) / h$ en prenant $h = 10^{-4}$.] Vérifiez sur la dérivée du logarithme $\ln'(1/2)$ qui devrait donner une valeur proche de 2.
- 5) En fait, nous pouvons faire mieux que ça en exprimant le fait que $D(f) = f'$ sans référence à un point x . Modifier la fonction D pour qu'elle prenne une fonction et retourne la fonction f' . [donc on retourne une fonction !]

Booléens et Formes Spéciales :

- 1) Définir le prédicat (multiple ? n, a) retournant #t ssi l'entier n est un multiple de l'entier a . PAS DE IF merci ☺
- 2) Définir la fonction (x) retournant la fonction caractéristique de l'intervalle $[1,2]$ dans \mathbb{R} , qui vaut 1 si x appartient à $[1, 2]$ et 0 sinon :
 $(x) \rightarrow 1$ $(x) \rightarrow 0$ $(x) \rightarrow 0$
- 3) Définir la fonction (a, b) retournant la fonction caractéristique de l'intervalle $[a, b]$. Oui le résultat est bien une fonction, pas un nombre. Redéfinir (x) à l'aide de (a, b) .
- 4) Définir une fonction (tirage) sans paramètre retournant aléatoirement l'un des nombres 2 ou 5 avec la même probabilité d'apparition.
- 5) Définir avec un cond à 5 branches, la fonction s représentant un signal dépendant du temps t et dont voici les différentes valeurs :
Jusqu'à -3 renvoie 0, -3 à -1 renvoie 1, de -1 à 2 renvoie 0, de 2 à 4 renvoie 2 et au-delà renvoie 0.
- 6) Supposons que l'impôt sur le revenu annuel soit calculé « par tranches » de la manière suivante. Un salarié ne paye rien pour les 7500 premiers euros qu'il gagne. Il paye 10% sur chaque euro gagné entre 7500 et 25000 euros, et enfin 20% sur chaque euro gagné au dessus de 25000 euros.
 - a. Ecrire une fonction (tranche s bas haut pct) retournant l'impôt dû pour un salaire s dans la tranche $[bas, haut]$ dont le pourcentage est pct :
 $(tranche\ 10000\ 7500\ 25000\ 10) \rightarrow 250$ $(tranche\ 35000\ 7500\ 25000\ 10) \rightarrow 1750$
 - b. En déduire la fonction (impot s) retournant l'impôt total calculé par tranches pour un salaire annuel s .
Quel est l'impôt pour un salaire de 50000 € ?

7) Testez sur papier puis vérifier au toplevel ce que vaut l'expression suivante en supposant que x vaut 2 ?

```
(let* ((y (* x 2)) (* +))
  (let ((cube (lambda (y) (+ y 10))) (x (+ x 1)) (y (* x y)))
    (cube (* x y))))
```

N.B. Vous aurez remarqué qu'on peut utiliser des fonctions en variable locale.

8) Une autre manière de voir l'inutilité « théorique » des variables locales. Montrez que la définition suivante peut s'écrire sans let ni let* et sans define ! Indication : montrez qu'il s'agit en réalité de l'application d'une lambda fonction...

```
(let ((y (+ x 1)) (z (sin x)))
  (* x y z))
```

9) Ecrire une fonction (tirage) retournant aléatoirement l'un des nombres 2, 5 et 9 avec la même probabilité d'apparition en utilisant une seule fois (random n).

10) En introduisant des variables locales, définissez les fonctions :

$f(x) = \sin(x^2) / x^2$ et $g(x) = \sin(x^2) / x^2 + \sqrt{\sin(x^2)}$