# Appariement de deux clusters de points extraits d'images satellite

## Matching two clusters of points extracted from satellite images

Patrice Navy\*

Vincent Page

Enguerran Grandchamp

Jacky Desachy

#### GRIMAAG

Université des Antilles et de la Guyane, Campus de Fouillole, B.P.592, 97157 Pointe à Pitre Cedex, FRANCE patrice.navy@univ-ag.fr

#### Résumé

L'appariement d'image est nécessaire pour mettre en correspondance deux images de la même scène, prises de deux points de vue différents. Apparier ces images revient à trouver la transformation mathématique qui permet de passer d'un point quelconque de la première image vers son correspondant dans l'autre image. Comme cette étude porte sur des images satellite, cette transformation géométrique peut être approchée par une homographie. De plus nous voulons apparier deux clusters de points sans aucune information de radiométrie. Par conséquent, nous devons rechercher les bons paramètres pour cette homographie, en minimisant une fonction de coût appropriée que nous définirons. Ensuite, nous nous intéresserons à la topographie de cette fonction de coût pour le processus de minimisation. Si l'utilisation des paramètres mathématiques définissant la transformation semble la voie la plus naturelle, nous montrons dans notre cas que la fonction coût présente des variations "chaotiques", ce qui nécessite une technique complexe de minimisation. C'est pour cela que nous proposons l'utilisation de paramètres géométriques intervenant lors de la capture de chaque image. Ainsi, nous exprimons l'homographie à partir de ces "paramètres physiques" et nous montrons que la topographie de la fonction coût devient plus lisse, ce qui facilite le processus de minimisation.

#### **Mots Clef**

Clusters de point, homographie, appariement d'image.

#### Abstract

Image matching is a stage one performs as soon as one has two images of the same scene, taken from two different points of view. Matching these images is to find the mathematical transformation that enables passing from any point of the first one to the corresponding point in the other.

As this study is related to satellite images, the geometrical transformation can be approximated by a homography. Furthermore we want to match two clusters of points with no information of radiometry. Therefore, we have to guess the right parameters for this homography, by minimizing an appropriate cost function we define here. Then, the topography of the cost function is our main concern for the minimisation process. If looking for the right mathematical parameters seems the most natural way, we show that in this case the cost function has "chaotic" variations, so that we need a complex technique for the minimization. To avoid this, we propose to guess the parameters determining the conditions of the snapshot. Thus, we give the expression of the homography from these "physical parameters" and show that the topography of the cost function gets smoother. Thus the minimization process gets simpler.

#### Keywords

Clusters of points, homography, image matching.

#### 1 Introduction

Comme nous allons travailler avec des images satellite capturées dans des conditions différentes, nous commmencerons par examiner ces différences. Cela concerne des paramètres tels que les angles de la camera, la résolution de chaque image, la position des satellites, le centre de chaque scène, mais aussi la nature des capteurs.

Ces considérations nous permettent de rechercher une nouvelle approche pour apparier ces images, contrairement à la majorité des travaux existant, qui consistent à extraire des points caractéristiques de chaque image et à trouver, automatiquement ou non, les correspondances entre les couples de points. Par exemple, dans [1], [2], [3], [4], la correspondance est basée sur les couleurs des points. Ici la différence de nature des capteurs implique qu'un même point peut avoir deux couleurs differentes dans chaque image.

Pour nous, le problème de l'appariement global des images s'appuiera sur deux clusters de points. Même si dans ce

<sup>\*</sup>Thèse organisée avec le concours de la Région Archipel Guadeloupe et le Fonds Social Européen".

cas, l'appariement est plus difficile que dans les approches traditionnelles, notre problème est simplifié par le fait que la scène capturée par le satellite peut être approchée par une scène plane. Il a été prouvé qu'il existe une application mathématique reliant deux scènes planes prises sous différents angles ([5], [6]). Une telle application est une homographie, qui peut être exprimée par une matrice 3x3 (i.e. : neuf paramètres) ([6]).

Considérons deux clusters d'un même nombre de points, chacun dans chaque image (chaque point d'un cluster a son correspondant dans l'autre cluster). Nous nous intéressons, alors, à l'homographie qui transforme le premier cluster en le second. La recherche de cette homographie peut être faite par la minimisation d'une fonction de coût qui représente la qualité de l'appariement entre les deux clusters.

La section 2 rappelle la définition d'une homographie et propose une fonction coût adaptée à notre recherche. Dans la section 3, nous étudierons la topographie de cette fonction coût lorsque l'on fait varier ces paramètres. Cette topographie apparait comme étant "chaotique". Même si on peut rechercher un processus de minimisation capable de trouver le minimum global de cette fonction de coût, nous préfèrerons trouver une solution moins coûteuse en temps de calcul.

L'idée est la suivante : nous supposons que nous sommes en possession des paramètres physiques exacts intervenant dans la capture des deux images. Nous devrions donc, pouvoir trouver la bonne homographie à partir de ces paramètres. De plus, imaginons que nous déplacions légèrement l'un des satellites, l'image prise à partir de cette nouvelle position devrait être proche de l'image originale. En d'autres termes, la topographie de la fonction coût devrait être plus lisse, au moins autour de la solution. Ceci simplifierait la minimisation de cette fonction coût. Voila d'autres raisons que nous invoquons pour l'utilisation de paramètres physiques : les images satellite sont vendues avec tout un ensemble d'informations sur la capture de l'image et ces paramètres physiques peuvent être retrouvés à partir de ces informations. Même si ces ensembles d'informations ne sont pas exempts d'erreur, ils constituent un bon point de départ pour le processus de minimisation.

Ensuite, la section 4 précise la définition de ces paramètres physiques, et montre comment calculer l'homographie à partir de ces paramètres. Dans la section 5, nous montrons, comme nous l'annoncions, que la topographie de la fonction coût est plus lisse que dans la méthode directe. Finalement, la section 6 montre un exemple de minimisation. Nous concluons dans la section 7.

### **2** Homographies et fonction coût

Comme nos images sont capturées par des satellites à haute altitude, nous pouvons faire l'approximation que les scènes peuvent être considérées comme des plans. Ansi, les deux images sont obtenues par projections, sous différents angles, d'une scène plane. D'après [6], nous savons que

l'application transformant une scène plane en une image est une homographie du plan. Comme l'inverse d'une homographie (de l'image vers la scène) est une homographie, on montre que la transformation entre les deux images est aussi une homographie. Une homographie du plan est une fonction qui s'exprime comme suit :

$$\begin{bmatrix} x'\\y'\end{bmatrix} = h(x,y) = \left(\frac{h_{11}.x + h_{12}.y + h_{13}}{h_{31}.x + h_{32}.y + h_{33}}, \frac{h_{21}.x + h_{22}.y + h_{23}}{h_{31}.x + h_{32}.y + h_{33}}\right).$$
(1)

où x, y donnent la position d'un point P dans la première image, et x', y' donnent la position de P', l'image de Ppar l'homographie h, caracterisée par les coefficients réels  $h_{ij}$ .

Nous supposerons ici que nous avons été capable d'extraire les mêmes points caractéristiques dans les deux images. Cette étape fait actuellement l'objet de recherche et pour de plus amples informations, on se réfèra aux travaux existants comme [1], [7], [8]. Ainsi notre problème est la recherche de la bonne homographie qui transforme un cluster de points en un autre.

Maintenant nous allons définir une fonction coût permettant de trouver "l'homographie correcte" : Si h est la solution que nous recherchons, pour chaque  $P_i$  dans le cluster C, il existe un point  $P'_j$  dans le cluster C' qui vérifie  $P'_j$  $= h(P_i)$ , donc la valeur de la fonction coût pour h devrait être nulle. Pour une autre homographie, proche de la solution, l'image de  $P_i$  devrait être proche de  $P'_j$ . Ainsi nous voudrions que chaque  $P_i$  soit transformé vers des voisins proches de  $P'_j$  dans le cluster C'. Cette capacité à transformer C en C' peut être obtenue par la fonction coût suivante :

$$C(h) = \sum_{i} \min_{j} \ d(h(P_i), P'_j).$$
 (2)

où  $P_i$  et  $P'_j$  sont les points des premier et second clusters, h est l'homographie dont on calcule le coût et d est une fonction distance. Ici nous travaillerons avec la distance euclidienne.

Toutefois, l'inconvénient principal de cette fonction coût est qu'une homographie projetant tout les points du premier cluster près d'un même point du second cluster donnera un coût faible. Par conséquent, nous modifions notre fonction coût pour obtenir un comportement plus symétrique. De plus, nous normalisons cette fonction coût par le nombre de points dans chaque cluster, de sorte que notre fonction coût est finalement définie par :

$$C(h) = \frac{1}{N} \left( \sum_{i}^{N} \min_{j} d(h(P_{i}), P_{j}') \right) + \frac{1}{N'} \left( \sum_{j}^{N'} \min_{i} d(h^{-1}(P_{j}'), P_{i}) \right).$$
(3)

On peut interpréter la valeur de la fonction coût comme l'erreur moyenne (en pixels) faite sur chaque point quand on essaie de les apparier avec leur correspondant dans l'autre cluster. Nous noterons que la fonction coût est independante de la manière d'exprimer l'homographie.

Les deux sections suivantes traitent des deux expressions de l'homographie, qui influencent fortement la difficulté du processus de minimisation.

# **3** Prétraitement pour la méthode de minimisation

On pourrait penser que la meilleure méthode est de s'intéresser directement aux paramètres mathématiques de l'homographie (i.e. : les  $h_{ij}$ ). Regardons ce qu'il en est, sur différents exemples de synthèse pour lesquels l'homographie solution sera toujours la fonction h dont les paramètres sont présentés sous la forme matricielle suivante :

$$h: \left(\begin{array}{cccc} 0.248587 & 1.779159 & 2.327801\\ -0.917194 & -0.090371 & 6.597157\\ -0.000009 & -0.000023 & 1.000021 \end{array}\right).$$
(4)

Ensuite, nous utilisons un couple de clusters  $(C_1, C'_1)$ , tel que  $C'_1 = h(C_1)$ . (Fig. 1).

Maintenant, nous pouvons étudier la topographie de la fonction coût pour ces clusters autour de la solution h. Dans chaque courbe, tous les  $h_{ij}$  sauf un (celui recherché) sont ceux de la solution. Les paramètres recherchés varient linéairement et pour chaque valeur de ce paramètre, la fonction coût est calculée. Les résultats sont présentés pour le couple de clusters (Fig. 2). Par manque de place, nous présentons seulement les évolutions des coûts en fontion de  $h_{21}$ ,  $h_{22}$ ,  $h_{32}$ .

Il apparait que le processus de minimisation devra faire face à différentes difficultés. Si les courbes pour  $h_{21}$  et  $h_{22}$ sont lisses (comme celles de  $h_{11}$  et  $h_{12}$  qui ne sont pas présentées ici), la courbe pour  $h_{31}$  (comme celle de  $h_{32}$ ) présente de nombreux pics et de nombreux minima locaux. Ceci peut être expliqué par le fait que ces deux derniers paramètres interviennent dans le dénominateur des fractions définissant l'homographie (1), ainsi il y a au moins autant de pics qu'il y a de points caractéristiques dans les clusters. De plus nous recherchons une solution dans l'espace de dimension 9 des paramètres mathématiques sans avoir aucune idée sur les bornes de l'espace de recherche. Comme on pourrait le noter en (4) l'amplitude des valeurs de chaque paramètre sont très différentes, ainsi nous n'avons aucune idée de la précision requise pour explorer l'espace des solutions. Un autre inconvenient est que nous n'avons pas d'idée, non plus, de ce que pourrait être un bon point de départ pour initialiser le processus de minimisation.

Pour conclure, deux homographies, proches dans l'espace des paramètres mathématiques, donneront des résultats très différents. En d'autres termes, même si la distance de deux homographies, éléments d'un espace vectoriel à neuf dimensions, est faible, elles pourront avoir des coûts très différents pour les mêmes clusters de points (car les clusters images peuvent être très différents). Alors, plutôt que de choisir un processus de minimisation complexe, capable de trouver le minimum global de la fonction coût, nous préferons essayer d'exprimer l'homographie comme une fonction de paramètres physiques, liés à la géométrie des images.

## 4 Les paramètres physiques de l'homographie

Les images sont fournies avec un certain nombre de données techniques sur le satellite et la capture de la scène que nous allons utiliser pour exprimer différement l'homographie.

En stéreovision, la plupart des chercheurs utilisent le formalisme projectif et le modèle sténopé est utilisé pour décrire le comportement de la caméra ([9], [10], [11], [12], [13]). Même si ce modèle est plus adapté pour les images caméra que pour les images satellite ([14]), nous l' utiliserons pour exprimer l'homographie à partir des données fournies avec nos images satellite.

Par simplicité, nous nous focaliserons sur la scène au sol et sur le premier satellite. Notre but est d'expliquer le passage de la scène plane à l'image. Pour commencer, nous utiliserons deux repères dans l'espace 3D (Fig. 3). Le premier est le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  associé à la scène au sol. Le second

est le repère  $\left(S_1, \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'}\right)$  associé au satellite où :

- $-\vec{k'}$  pointe vers  $P_1$ , le point visé par le satellite
- $-i_{proj}$  est le vecteur normé de la droite portée par le projeté de  $\vec{i}$  suivant  $\vec{k}$  sur le plan normal à  $\vec{k'}$
- $-\vec{j_{proj}}$  est tel que la base  $(\vec{i_{proj}}, \vec{j_{proj}}, \vec{k'})$  est orthonormée directe
- $\vec{i'}$  est l'image de  $\vec{i_{proj}}$  par la rotation d'un angle  $\gamma$  autour de l'axe porté par  $\vec{k'}$
- $-\vec{j'}$  est l'image de  $j_{proj}$  par la rotation d'un angle  $\gamma$  autour de l'axe porté par  $\vec{k'}$

Le point  $S_1$  est repéré à partir du point  $P_1$  de la façon suivante : Si  $S_{sol}$  est le projeté de  $S_1$  au sol alors,  $\alpha$  est l'angle entre  $\vec{i}$  et  $P_1 \vec{S}_{sol}$ ,  $\beta$  est l'angle entre  $P_1 \vec{S}_{sol}$  et  $P_1 \vec{S}_1$  et  $\rho$  est la distance  $P_1 S_1$ .

On en déduit N, la matrice de passage entre  $\left(S_1, \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'}\right)$ 

et  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et M sa matrice inverse. Comme la scène au sol est assimilée à un plan (d'équation z = 0 dans le repère au sol), nous définissons les coordonnées d'un point au sol comme le vecteur  $[x, y, 0]^t$ . Alors les coordonnées  $[x', y', z']^t$  du même point dans la base  $(S_1, \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'})$  sont exprimées de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} x'\\ y'\\ z' \end{pmatrix} = M. \begin{pmatrix} x\\ y\\ 0 \end{pmatrix} - M \begin{pmatrix} S_{1_x}\\ S_{1_y}\\ S_{1_z} \end{pmatrix}.$$
 (5)

où  $[S_{1_x}, S_{1_y}, S_{1_z}]^t$  sont les coordonnées de  $S_1$  dans la base  $(P_1, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .



FIG. 1 – Un couple de clusters de 100 points. Le cluster de gauche est  $C_1$  et celui de droite est  $C'_1$ . La transformation ressemble à une rotation de 90°.

Ensuite, les points de la scène sont projetés vers l'image en utilisant une matrice de projection A. Cette matrice est appelée matrice de calibration, et sa forme dépend du modèle de la caméra. Dans cet article, nous utilisons le modèle bien connu du sténopé (ou trou d'épingle) ([15]). Il est donc démontré que les coordonnées de la projection d'un point au sol sur l'image est obtenu par (6).

Regardons maintenant la forme de la matrice de calibration A. Nous avons suivi [15] pour déterminer A.

$$\begin{pmatrix} x''\\y''\\z'' \end{pmatrix} = A. \begin{bmatrix} M. \begin{pmatrix} x\\y\\0 \end{pmatrix} - M \begin{pmatrix} S_{1_x}\\S_{1_y}\\S_{1_z} \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$
 (6)

Soient,  $res_1$  la résolution de l'image et  $\theta_1$  le complémentaire de l'angle entre les deux cotés d'un pixel. On pourrait noter que nous avons besoin de différentier  $O_1$  (l'intersection entre l'axe optique et l'image) et  $C_1$  (le centre de l'image dont les coordonnées sont  $(c_x, c_y)^t$  dans la base associée à  $O_1$ ). Ceci est résumé en Fig. 4.

Nous obtenons la forme de la matrice de calibration :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\rho}{res_1} & -\frac{\rho}{res_1} tan(\theta_1) & c_x \\ 0 & \frac{\rho}{res_1 cos(\theta_1)} & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
(7)

Nous savons donc calculer la transformation entre la scène au sol et une image. Considérons quatre points au sol tels que trois d'entre eux ne sont jamais alignés. Considérons leurs transformés dans chaque image. Sauf cas dégénéré, dans chaque image les points sont non alignés trois a trois. Sachant que l'application qui transforme une image en l'autre est une homographie, celle ci peut être calculée à l'aide de ces deux ensembles de quatres points. [16]

Nous sommes donc parvenu à exprimer l'homographie entre les deux images à partir des données physiques fournies avec les images satellite. Nous nous retrouvons avec deux groupes de paramètres :

- Les paramètres intrinsèques, associés au systeme optique, qui sont *res* la resolution, l'angle  $\theta$  formé par les cotés du pixel et la position  $(c_x, c_y)$  du centre de l'image par rapport au centre optique.
- Les paramètres extrinsèques, associés à la scène qui sont la position du centre de la scène (le point visé)  $(P_x, P_y)$ , la position du satellite, déterminée par les angles  $\alpha$  et  $\beta$ et par la distance  $\rho$  et un angle  $\gamma$  qui détermine l'orientation de l'image.

Finalement, nous avons, pour chaque image, 4 paramètres intrinsèques et 6 paramètres extrinsèques. Si on suppose que les paramètres intrinsèques sont connus, nous obtenons 12 paramètres pour l'homographie au lieu des 9 coefficients mathématiques. Si les paramètres intrinsèques sont inconnus, nous avons 20 paramètres que nous appelons les **paramètres physiques** de l'homographie entre les deux images.



FIG. 2 – Evolution de la fonction coût pour  $(C_1, C'_1)$  lorsqu'un des paramètres mathématiques de h varie.

# 5 Topographie de la fonction coût dans l'espace des paramètres physiques

Comme dans la section 3, les clusters utilisés pour nos tests seront ceux choisis en Fig. 1. L'homographie qui transforme ces clusters l'un en l'autre est celui de (4). On peut noter que cette homographie peut être exprimée en terme de paramètres physiques décrits dans la section précédente, comme suit :

- Conditions de capture pour l'image 1 :
  - Position du point visé  $P_1$  au sol (en mètres) : (0,0)
  - Distance ρ<sub>1</sub> du satellite au point visé (en kilomètres) : 800
  - Angle  $\alpha_1$  (en radians) : 1,57
  - Angle  $\beta_1$  (en radians) : 0,55
  - Angle  $\gamma_1$  (en radians) : 0
  - Résolution  $res_1$  (en mètres par pixel) : 20
  - Angle  $\theta_1$  (en radians) : 0.1
  - Position du centre de l'image  $C_1$  (en pixels) : (1,1)
- Conditions de capture pour l'image 2 :
  - Position du point visé P<sub>2</sub> au sol (en mètres) : (100,-100)
  - Distance  $\rho_2$  du satellite au point visé (en kilomètres) : 800

- Angle  $\alpha_2$  (en radians) : 0,8
- Angle  $\beta_2$  (en radians) : 1
- Angle  $\gamma_2$  (en radians) : 1,57
- Résolution  $res_2$  (en mètres par pixel) : 20
- Angle  $\theta_2$  (en radians) : 0.1
- Position du centre de l'image  $C_2$  (en pixels) : (1,1)

Comme pour la Fig. 2, tous ces paramètres, sauf un, sont fixés, et le paramètre libre varie linéairement. Pour chaque valeur de ce paramètre (i.e. : chaque homographie testée), le coût est mesurée pour estimer la qualité de l'homographie testée. Les résultats sont présentés en Fig. 5, respectivement pour les clusters présentés en Fig. 1

Quelques tests ont été menés sur la topographie de la fonction coût quand l'homographie est exprimée par ses paramètres physiques. Tous ces tests montrent une topographie plus lisse, ce qui nous laisse penser que le processus de minimisation n'est plus un problème aussi compliqué que précedement.

En outre, les données techniques fournies avec les images satellite nous donnent une estimation de l'homographie. En d'autres termes, même si ces données contiennent des erreurs, elles nous fournissent un bon point de départ pour trouver l'homographie entre les deux clusters. Pendant la minimisation, nous savons aussi, quelle précision est significative pour chaque paramètre puisque ces paramètres ont



FIG. 3 – Base de la scène  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et base du  $n^{em}$  satellite  $(S_n, \vec{i'_n}, \vec{j'_n}, \vec{k'_n})$ .

une signification physique. Ceci nous aidera quand nous essaierons d'explorer cet énorme espace des solutions (un espace d'au moins 12 dimensions).

En conclusion, il apparait que les paramètres mathématiques sont la voie la plus simple et la plus rapide pour caractériser une homographie. Toutefois, il faudrait un processus de minimisation capable de trouver un chemin vers la solution, dans l'espace des paramètres mathématiques. Le long de ce chemin, une homographie testée devrait avoir un coût proche de ceux des homographies voisines sur ce chemin. Ceci n'est pas le cas lorsque l'on fait varier linéairement les paramètres mathématiques. L'expression de l'homographie à partir de paramètres physiques a plus de chance de nous donner un tel chemin. Le prix à payer est l'augmentation du nombre de paramètres.

#### 6 Exemple de minimisation

Comme on peut l'observer sur la Fig. 2.(c), la minimisation de la fonction coût dans l'espace des paramètres mathématiques semble être une tache coûteuse en temps calcul, ceci à cause des nombreux minima locaux. Dans l'espace des paramètres physiques, la fonction coût est plus lisse (cf. Fig. 5), ce qui donnera un processus de minimisation plus simple. Cependant, on peut noter qu'il subsiste quelques minima locaux dans la topographie de la fonction coût avec les paramètres physiques. Par exemple, à chaque fois qu'une homographie apparie incorrectement deux points, il existe un minimun local autour de cette homographie.

Nous choisissons d'utiliser la méthode de minimisation suivante : Démarrons avec une homographie hypothétique de départ, notée encore h. A chaque itération, nous générons une déformation aléatoire des paramètres physiques puis nous calculons la nouvelle expression de h et nous évaluons son coût. Si le coût décroit, la déformation est acceptée et ce processus est répété jusqu'à ce que le coût de la fontion descende sous la valeur arbitaire de 0.25. Comme indiqué dans la section 2, cela signifie que l'erreur moyenne quand on apparie un pixel de  $C_1$  avec un autre de  $C'_1$  est d'un quart de pixel.

Comme la déformation aléatoire peut être limitée sur un certain voisinage (dans notre cas, la déformation aléatoire est choisi dans l'intervalle [-1,1] pour les paramètres  $P_x$ ,  $P_y$  et  $\rho$  et dans l'intervalle [ $-\pi/10$ ,  $\pi/10$ ] pour les angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ ), cette méthode a la capacité de "sauter" au dessus des pics qui subsistent sur la courbe de la fonction coût, tout en gardant un temps de calcul bas.

Illustrons les résultats de cette méthode, appliquée à la paire de clusters de Fig. 1. L'homographie qui relie ces clusters est toujours celle déterminée par les paramètres physiques utilisés en (5).

Le point de départ pour le processus de minimisation est obtenu en appliquant les variations suivantes sur les paramètres physiques  $P_{1_x}$ ,  $P_{1_y}$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$  et  $\gamma_1$ :

- Premier point visé  $P_1$  (en mètres) : +(200,-50)
- Angle  $\alpha_1$  (en radians) : -0.17
- Angle  $\beta_1$  (en radians) : -0.05

- Angle  $\gamma_1$  (en radians) : +0.5

Le point de départ du processus de minimisation est presenté en Fig 6.(a). Le résultat de l'appariement après la minimisation est présenté en Fig 6.(b). Nous présentons en Fig. 7 un exemple d'évolution du coût comme une fonction du nombre d'itérations. Comme on peut l'observer, l'algorithme converge bien. En effet 2900 itérations et 37 secondes sont suffisantes pour trouver la solution, alors que la même méthode appliquée aux paramètres mathématiques échoue en 10000 itérations et 220 secondes.

## 7 Conclusion

Dans cet article, nous nous intéressons à l'appariement d'images satellite. Plus précisement, nous présentons une méthode pour apparier deux clusters de points, sans aucune autre information que la position de ces points dans les deux images. Sous la condition que la scène est plane, l'approche classique est d'exprimer l'homographie qui relie les deux images comme un fonction de neuf paramètres mathématiques. Nous proposons alors, une fonction coût qui estime la capacité de l'homographie d'apparier ces deux clusters de points. Cependant, la topographie de la fonction coût apparaît très chaotique. Alors, nous proposons une autre expression de l'homographie, dépendant de vingt paramètres physiques. Nous avons montré que l'augmentation du nombre de paramètres est largement compensée par la topographie plus lisse de la fonction coût. De plus, ces paramètres sont partiellement connus grace au données fournies avec les images satellite, et permettent un processus de minimisation plus simple pour estimer l'homographie.

## Références

- C. Schmid and R. Mohr, "Local grayvalue invariants for image retrieval," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, no. 5, pp. 530–535, May 1997.
- [2] D. Lowe, "Object recognition from local scaleinvariant features," in *ICCV99*, 1999, pp. 1150–1157.
- [3] T. Lindeberg, "Feature detection with automatic scale selection," *International Journal of Computer Vision*, vol. 30, no. 2, pp. 77–116, 1998.
- [4] T.Tuytelaars and L. Gool, "Content-based image retrieval based on local affinely invariant regions," in *Visual99*, June 1999, pp. 493–500.
- [5] P. Pritchett and A. Zisserman, "Wide baseline stereo matching," in *ICCV6*, 1998, pp. 754–760.
- [6] M. Chasles, *Traité de géométrie supérieure*. Paris : Bachelier, 1852.
- [7] C. G. Harris and M. Stephens, "A combined corner and edge detector," in AVC88, 1988, pp. 147–151.
- [8] Y. Dufournaud, C. Schmid, and R. Horaud, "Matching images with different resolutions," *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, vol. 1, pp. 612– 618, June 2000.

- [9] B.Couapel, "Stéréovision par ordinateur géométrie et expérimentation," Ph.D. dissertation, Rennes, Mar. 1994.
- [10] Z.Zhang, "Determining the epipolar geometry and its uncertain : a review," Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, INRIA, Rapport de Recherche 2927, July 1996.
- [11] Z. Zhang, "Le problème de la mise en correspondance : l'état de l'art," Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, INRIA, Rapport de Recherche 2146, Dec. 1993.
- [12] H. Longuet-Higgins, "A computer algorithm for reconstructing a scene from two projections," *Nature*, vol. 293, pp. 133–135, 1981.
- [13] R. Hartley, "In defence of the 8-point algorithm," in *ICCV5*, 1995, pp. 1064–1070.
- [14] R.I.Hartley, "A computer algorithm for reconstructing a scene from two satellite images," http://rsise.anu.edu.au/ hartley/My-Papers.html.
- [15] Z.Zhang, R. Deriche, O. Faugeras, and Q.T.Luong, "A robust technique for matching two uncalibrated images through the recovery of the unknown epipolar geometry," Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, INRIA, Rapport de Recherche 2273, May 1994.
- [16] M. Berger, Géométrie. Nathan, 1978.



FIG. 4 – Repère image  $(O_1, \vec{i'}, \vec{j'})$  et repère pixel  $(C_1, \vec{i''}, \vec{j''})$ .



FIG. 5 – Evolution de la fonction coût pour  $(C_1, C_1')$  lorsqu'un des paramètres physiques de h varie.



FIG. 6 – Appariement de deux clusters. L'ensemble des disques est  $C_1$  et l'ensemble des carrés est l'image inverse du cluster

 $C'_1$  par h.



FIG. 7 – Evolution du coût pendant le processus de minimisation.