

Complexité

Fiche TD : machines de Turing

Exercice 1:

Décrire une machine de Turing qui ajoute 1 à une séquence de 1.

Exercice 2 :

Décrire une machine de Turing qui fait la somme de deux nombres codés par des 1 et séparés par un espace

Exercice 3:

Décrire une machine de Turing reconnaissant le langage suivant $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

Exercice 4 :

Décrire une machine de Turing reconnaissant le langage suivant $\{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$

Exercice 5 :

Décrire une machine de Turing reconnaissant le langage suivant $\{ww \mid w = \{0,1\}^*\}$

Exercice 6: (examen 2007-2008)

Décrire une machine de Turing reconnaissant le langage suivant $\{a^n b^n c^n \mid n > 1\}$

Exercice 7 :

Décrire une machine de Turing permettant de dupliquer un mot.

Exercice 8 : Machine de Turing (examen 2008-2009)

Décrire une machine de Turing qui lit une séquence continue de caractères 1 et 0 (par ex 010011110101101) et s'arrête dans un état q_i si le nombre de 1 lus est impair, et q_p si le nombre de 1 lus est pair.

Exercice 9 : Machines de Turing (examen 2006-2007)

Soit la machine de Turing $M=(Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, \#, \emptyset)$ avec :

- $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$,
- $\Gamma=\{a, b, A, A', B, B', \#\}$,
- $\Sigma=\{a, b\}$ et
- δ définie par :

$(q_0, a) \rightarrow (q_1, A', R)$ $(q_0, b) \rightarrow (q_3, B', R)$

$(q_1, a) \rightarrow (q_1, a, R)$ $(q_3, a) \rightarrow (q_3, a, R)$

$(q_1, b) \rightarrow (q_1, b, R)$ $(q_3, b) \rightarrow (q_3, b, R)$

$(q_1, A) \rightarrow (q_1, A, R)$ $(q_3, A) \rightarrow (q_3, A, R)$

$(q_1, B) \rightarrow (q_1, B, R)$ $(q_3, B) \rightarrow (q_3, B, R)$

$(q_1, \#) \rightarrow (q_2, A, L)$ $(q_3, \#) \rightarrow (q_2, B, L)$

$(q_2, a) \rightarrow (q_2, a, L)$ $(q_2, b) \rightarrow (q_2, b, L)$

$$(q_2, A) \rightarrow (q_2, A, L) \quad (q_2, B) \rightarrow (q_2, B, L)$$

$$(q_2, A') \rightarrow (q_0, A, R) \quad (q_2, B') \rightarrow (q_0, B, R)$$

1. Donner la suite des configurations de M obtenues pour le mot d'entrée abb.
2. Quel est le contenu du ruban après exécution de M sur le mot abab ?
3. Quel langage M décide-t-elle ? Quelle fonction M calcule-t-elle ?

Exercice 10 : Machines de Turing (examen 2006-2007)

Décrire une machine de Turing permettant de vérifier qu'un système de parenthèses est correct.

- $()$, $((()))$, $((()))$ sont corrects,
- $)()$, $(($, $($ sont incorrects.

Vous pouvez dans un premier temps donner l'algorithme permettant de vérifier le système de parenthésage. Puis donner la machine de Turing par des règles ou une machine à états finis.

Exercice 11: Machines de Turing (examen 2007-2008)

Soit la machine de Turing $M=(\Sigma, Q, q_0, Q', \Gamma)$ avec :

- $\Sigma=\{a, b, c, d, \#\}$
- $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_{Oui}, q_{Non}\}$,
- $q_0 = q_0$
- $Q' = \{q_{Oui}, q_{Non}\}$
- $\Gamma :$

| q | a | B | c | d | # | A |
|---|---------|----------|----------|----------|---------|---------|
| 0 | 1,A,D | 6,b,D | 6,c,D | 6,d,D | Oui,#,D | |
| 1 | 1,a,D | 2,b,D | 2,b,D | 2,b,D | Non,#,D | Non,A,D |
| 2 | 3,a,D | 2,b,D | 2,b,D | 2,b,D | Non,#,D | Non,A,D |
| 3 | 3,a,D | Non, b,D | Non, c,D | Non, d,D | 4, #,G | 4, A, G |
| 4 | 5,A,G | | | | | |
| 5 | 5,a,G | 5,b,G | 5,c,G | 5,d,G | | 0,A,D |
| 6 | Non,a,D | 6,b,D | 6,c, D | 6, d, D | Oui,#,D | Oui,A,D |

4. Donner la suite des configurations de M obtenues pour les mots d'entrée abca, aabdca, ababa
5. Quel langage M décide-t-elle ?

Exercice 12 : Machine de Turing (examen 2008-2009)

Soit la machine de Turing $M = (\Sigma, Q, q_0, Q', \Gamma)$ avec : $\Sigma=\{a, b, c, \#\}$, $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_{Oui}, q_{Non}\}$, $q_0 = q_0$, $Q' = \{q_{Oui}, q_{Non}\}$, $\Gamma :$

| Q | a | b | C | A | B | C | # |
|---|-----------|-----------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|
| 0 | 1, A, D | Non, b, D | Non, c, D | | | 4, C, D | Oui, #, D |
| 1 | 1, a, D | Non, b, D | 2, C, D | | Non, B, D | 1, C, D | Non, #, D |
| 2 | Non, a, D | 3, B, G | 2, c, D | | 2, B, D | | Non, #, D |
| 3 | 3, a, G | 3,b, G | 3, c, G | 0, A, D | 3, B, G | 3, C, G | |
| 4 | Non, a, D | Non, b, D | Non, c, D | | 4, B, D | 4, C, D | Oui, #, D |

1. Donnez la suite des configurations de M obtenues pour les mots d'entrée acb, aacbb
2. Quel langage M décide-t-elle ?

Exercice 13 : Machines de Turing (examen 2010-2011)

Soit la machine de Turing $M = (\Sigma, Q, q_0, Q', \Gamma)$ avec : $\Sigma = \{a, b, c, \#\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_F, q_V\}$, $q_0 = q_0$, $Q' = \{q_F, q_V\}$, $\Gamma :$

| Q | a | B | C | x | # |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|
| q0 | q1, a, D | q1, b, D | q1, c, D | qF, x, D | qV, #, D |
| q1 | q1, a, D | q1, b, D | q1, c, D | q2,x,D | qF, #, D |
| q2 | q2, a, D | q2, b, D | qF, c, D | qF,x,D | qv, #, D |

1. Donnez la suite des configurations de M obtenues pour les mots d'entrée abxabc, abcxab
2. Quel langage M décide-t-elle ?

Exercice 14 : machines de Turing (examen 2010-2011)

Décrire une machine de Turing qui reconnaît le langage suivant : $L = \{(abc)^n \mid n \geq 0\}$ à partir de l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$

Exercice 15 : machines de Turing (examen 2010-2011)

Décrire une machine de Turing qui prend en entrée un mot de la forme $\{a^{n_1}b^{n_2}\}$ et qui sort dans l'état Q_{egal} si $n_1 = n_2$, Q_{sup} si $n_1 > n_2$, et Q_{inf} si $n_1 < n_2$

Exercice 16 : machine de Turing (examen 2010-2011)

Soit la machine de Turing $M = (\Sigma, Q, q_0, Q', \Gamma)$ avec : $\Sigma = \{0, 1, \#\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_F, q_V\}$, $q_0 = q_0$, $Q' = \{q_F, q_V\}$, $\Gamma :$

| Q | 0 | 1 | # |
|----|----------|----------|----------|
| q0 | q1, 0, D | qF, 1, D | qV, #, D |
| q1 | qF, 0, D | q2, 1, D | qF, #, D |
| q2 | qF, 0, D | q0, 1, D | qF, #, D |

1. Donnez la suite des configurations de M obtenues pour les mots d'entrée 0110111, 011011
2. Quel langage M décide-t-elle ?

Exercice 17 : machine de Turing (examen 2010-2011)

Décrire une machine de Turing qui reconnaît le langage suivant : $L = \{a^{n_1} b^{n_2} c^{n_3} \mid 0 < n_1 < n_2 < n_3\}$ à partir de l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$

Exercice 18 : machine de Turing (examen 2010-2011)

Décrire une machine de Turing qui reconnaît le langage suivant : $L = \{a^n b^{n^2} c^n \mid 0 < n < n^2 < n^3\}$ à partir de l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$